

AP 2001 - AI

$$f_k(x) = \frac{1}{4}x^3 - kx + 4; \quad k \geq 0; \quad k \in \mathbb{R}$$

1.1.1 $f'_k(x) = \frac{3}{4}x^2 - k$; $f''_k(x) = \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow x_W = 0$ (T-A; vzw)
 $f(0) = 4 \Rightarrow$ WEP $(0|4)$ unabh. v. k

1.1.2 $f'_k(x) = \frac{3}{4}x^2 - k = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{4}{3}k$

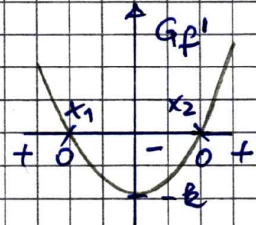
Für $k > 0$: $x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{4}{3}k} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{k}$

f_k ist smss für $x \in]-\infty; -\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{k}]$

sowie für $x \in [\frac{2\sqrt{3}}{3}\sqrt{k}; \infty[$

Für $k = 0$: f_k ist smss in ganz \mathbb{R}

$(x_{1/2} = 0$ ist do. NST o. vzw \Rightarrow TEP bei $x_0 = 0$)



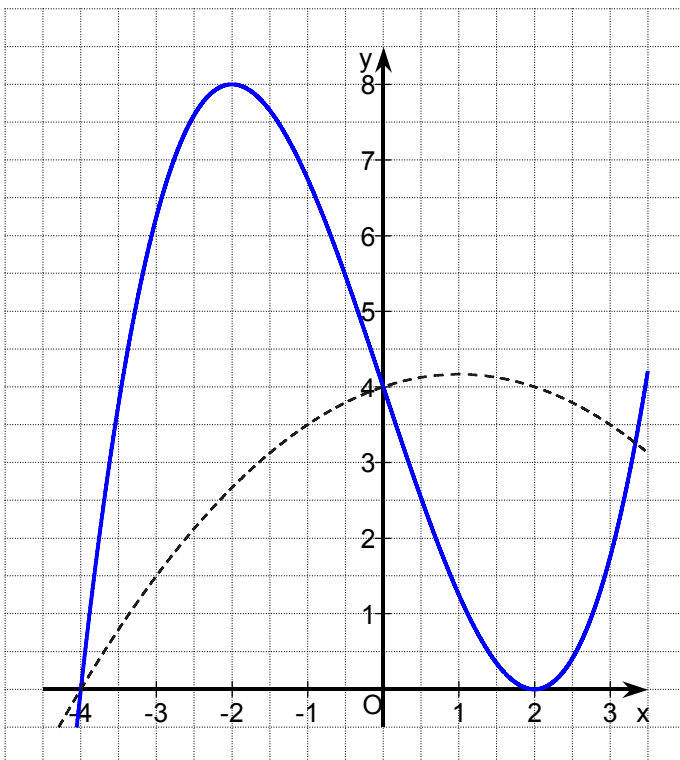
1.1.3 $f'_k(0) \stackrel{!}{=} -3 \Rightarrow k = +3$ und Tang. $y = -3x + 4$
verläuft auch durch jeden WEP $(0|4)$.

1.2.1 $f_3(x) = \frac{1}{4}(x^3 - 12x + 16) = \frac{1}{4}(x-2)^2(x+4)$

$x_1 = 2$ (do) $x_2 = -4$ (T-A)

1.2.2 Vgl 1.1.2 $x_{1/2} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = \pm 2$

f_3 ist smss in $[-2; 2]$ \Rightarrow HOP $(-2|8)$; TTP $(2|0)$



1.3.1 $p(x) = ax^2 + bx + c$

$$p'(x) = 2ax + b$$

$$p(-4) = 0: 16a - 4b + c = 0$$

$$p(0) = 4: c = 4$$

$$p'(0) = 1/3: b = 1/3$$

$$16a - \frac{4}{3} + 4 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$p(x) = \underline{\underline{\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x + 4}}$$

1.3.2

$$p'(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = 0$$

$$\Rightarrow x_S = -1; \quad y_S = p(-1) = \frac{25}{6}$$

Scheitel $S = \text{HOP}(-1|\frac{25}{6})$